

山西能源学院教案

授课班级_____

授课时间_____

计 2 学时

课题（章节及内容）	6.1 相似原理与量纲分析、6.2 相似原理的应用
教学目的和要求	1. 理解相似理论在对流换热实验研究中的指导作用。 2. 掌握基本的对流换热相似准则数的意义及它们间的函数关系。 3. 掌握常见相似准则数的物理意义。
重点难点	相似性质，相似准则数，准则数间关系，判断相似的条件。
教学进程（含课堂教学内容、教学方法、辅助手段等）	教学内容： 1. 几何相似，物理现象相似； 2. 相似性质，相似准则数，准则数间关系，判断相似的条件。 3. 常见相似准则数及其物理意义 教学方法：讲授与练习、启发讨论、诱导式、归纳总结法。
作业布置	无
主要参考资料	1. 杨世铭 陶文铨，《传热学》（第四版），高等教育出版社，2006. 2. 章熙民、任泽霈等，《传热学》，中国建筑工业出版社，2014.
课后自我总结分析	在课堂教学中穿插一些生活实例. 用力知学知识进行解释. 使学生从根本上清楚原因，会提高学生的学习兴趣。

山西能源学院教案

6.1 相似原理与量纲分析

由于对流换热是复杂的热量交换过程，所涉及的变量参数比较多，常常给分析求解和实验研究带来困难。为此，人们常采用相似原则对换热过程的参数进行归类处理，将物性量，几何量和过程量按物理过程的特征组合成无量纲的数，这些数常称为准则。这样做的结果不仅仅减少了所研究问题的变量数目，而且给求解对流换热问题（包括分析求解、实验求解及数值求解）带来了较大的方便。下面我们将具体讨论对流换热过程的相似分析方法。

6.1.1 物理现象相似的定义

如果同类物理现象之间所有同名物理量场都相似，即同名的物理量在所有对应时间、对应地点的数值成比例，则称物理现象相似。

同类物理现象：具有相同性质、服从于同一自然规律、用形式和内容相同的方程式来描写的物理现象。

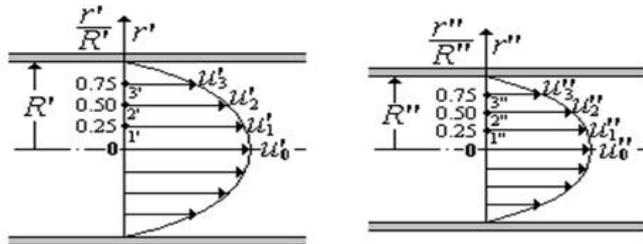
相似：对于同类的物理现象，在相应的时刻与相应的地点上与现象有关的物理量一一对应成比例。

如果物理现象由 Φ_A 、 Φ_B 、 Φ_C ……等 n 个物理量来描述，则彼此相似的物理现象就有 n 个对应相似的物理量场，即在所有对应的时间和对应的地点，

$$\frac{\varphi'_A}{\varphi''_A} = C_{\varphi_A}, \quad \frac{\varphi'_B}{\varphi''_B} = C_{\varphi_B}, \quad \frac{\varphi'_C}{\varphi''_C} = C_{\varphi_C}, \dots$$

其中 C_{Φ_A} 、 C_{Φ_B} 、 C_{Φ_C} 分别为各物理量的相似倍数。如果所有的相似倍数都等于 1，则两个物理现象完全相同。

对应地点：指空间坐标对应成比例的地点，也称为相似地点。



相似地点：

$$\frac{r'_1}{r''_1} = \frac{r'_2}{r''_2} = \frac{r'_3}{r''_3} = \dots = \frac{R'}{R''} = \frac{d'}{d''} = \frac{l'}{l''} = C_l$$

凡是相似的物理现象，其物理量的场一定可用一个统一的无量纲的场来表示。

6.1.2 相似原理的基本内容

一、相似性质

彼此相似的现象，它们的同名相似准则必定相等。

导出相似准则（特征数）的两种方法：

(1) 相似分析法：数学模型无量纲化

(2) 量纲分析法

1. 相似分析法

若两流体的运动现象相似，其雷诺数 Re 必定相等。（从动量微分方程）

$$Re' = Re''$$

从能量微分方程，如两热量传递现象相似，

$$Pe' = Pe'' \quad (\text{贝克来数})$$

这里，

$$Pe = Pr \cdot Re = \frac{ul}{a}$$

对于自然对流流动，动量微分方程需增加体积力项，

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g\alpha\theta + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

式中， α 为流体的体胀系数， $\theta = t - t_\infty$ 为过剩温度。

对此式进行相似分析，可得格拉晓夫数

$$Gr = \frac{g\alpha\Delta t l^3}{\nu^2}$$

2. 量纲分析法

Π (Buckingham pi) 定理：一个表示 n 个物理量间关系的量纲一致的方程式，一定可以转换成包含 $n-r$ 个独立的无量纲物理量群间的关系式。 r 指 n 个物理量中所涉及到的基本量纲的数目。

以单相介质管内对流换热问题为例，应用量纲分析法来导出无量纲量。

$$h = f(u, d, \lambda, \eta, \rho, c_p)$$

(1) 列出各物理量的量纲，选定基本物理量。

本例 7 个物理量，量纲包括 4 个基本量的量纲：

T 、 L 、 M 、 Θ ，即 $n=7$, $r=4$

选定的基本物理量的量纲必须包括上述 4 个基本量的量纲。这里选用

u 、 d 、 λ 及 η 。

(2) 将基本量逐一与其余各量组成无量纲量。无量纲量采用幂指数形式表示，其中指数值待定字母 π 表示无量纲量。

$$\begin{aligned}\pi_1 &= hu^{a_1}d^{b_1}\lambda^{c_1}\eta^{d_1} \\ \pi_2 &= \rho u^{a_2}d^{b_2}\lambda^{c_2}\eta^{d_2} \\ \pi_3 &= c_p u^{a_3}d^{b_3}\lambda^{c_3}\eta^{d_3}\end{aligned}$$

(3) 应用量纲和谐原理来决定上述待定指数。以 π_1 为例可列出各物理量的量纲如下：

$$\dim \lambda = M L \Theta^{-1} T^{-3}; \dim d = L$$

$$\dim h = M \Theta^{-1} T^{-3}; \dim \eta = M L^{-1} T^{-1}$$

$$\dim u = L T^{-1}$$

由此，

$$\pi_1 = L^{a_1+b_1+c_1-d_1} M^{c_1+d_1+1} \Theta^{-1-c_1} T^{-a_1-d_1-3c_1-3}$$

得，

$$\begin{cases} a_1 + b_1 + c_1 - d_1 = 0 \\ c_1 + d_1 + 1 = 0 \\ -1 - c_1 = 0 \\ -a_1 - d_1 - 3c_1 - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 = 0 \\ b_1 = 1 \\ c_1 = -1 \\ d_1 = 0 \end{cases}$$

故有

$$\pi_1 = hu^0 d^1 \lambda^{-1} \eta^0 = \frac{hd}{\lambda} = Nu$$

类似地可得

$$\pi_2 = \frac{\rho u d}{\eta} = Re$$

$$\pi_3 = \frac{\eta c_p}{\lambda} = Pr$$

至此，原关系式可转化为

$$Nu = f(Re, Pr)$$

二、相似准则（特征数）间的关系

描述现象的微分方程式表达了各物理量之间的函数关系，那么由这些量组成的相似特征数间应存在函数关系

例如：无相变受迫稳态对流换热，当自然对流不可忽略时，有如下准则数组成 $Nu = f(Re, Pr, Gr)$

受迫流动，自然对流可忽略时 $Nu = f(Re, Pr)$

对空气 Pr 可作为常数， $Nu = f(Re)$

自然对流换热 $Nu = f(Pr, Gr)$

由于彼此相似物理现象的同名相似特征数相等，所以相似物理现象的解必定用同一个特征数关联式来描写，从一个物理现象所得到的特征数关联式一定适用于与其相似的所有物理现象。

三、判别相似的条件

根据物理现象相似的定义和性质，可以得出物理现象相似必须满足 3 个条件：

- 1) 同类现象；
- 2) 单值性条件相似；
- 3) 同名已定特征数相等。

6.2 相似原理的应用

相似原理回答了进行对流换热实验研究所必须解决的 3 个主要问题：如何安排试验；怎样整理实验数据；实验结果的适用性。

相似原理阐明了实验结果应整理成准则数间的关系式，但具体的函数形式以及定性温度和特征长度的确定，则带有经验的性质。

在对流换热研究中，幂函数形式很常用，如

$$Nu = C Re^n \quad Nu = C Re^n Pr^m$$

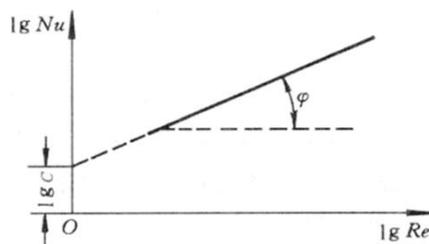


图 5-14 $Nu = CRe^n$ 双对数图图示

实验数据很多时，最好的方法是用最小二乘法确定关联式中各常数值。

相似原理的另一个重要应用是指导模化试验。

模化试验：用不同于实物几何尺寸的模型（一般是缩小的模型）来研究实际

装置中所进行的物理过程的试验。要求对过程有决定性影响的条件满足相似原理的要求。一般物性场的相似通过引入定性温度来实现。

使用特征数方程时应注意以下几个问题：

(1) 特征长度按该准则式规定的方式选取。如管内流（内径）和管外流（外径）。

(2) 定性温度按该准则式规定的方式选取。如内部流与外部流。

(3) 特征速度按该准则式规定的方式选取。

(4) 准则方程不能任意推广到得到该方程的实验参数的范围之外。如 Re 数范围、 Pr 数范围、几何参数范围等。